



# Analiza omrežij

## 4. Zgradba omrežij podomrežja

Vladimir Batagelj

Magistrski program Uporabna statistika  
Ljubljana, April 2020



# Kazalo

Analiza  
omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

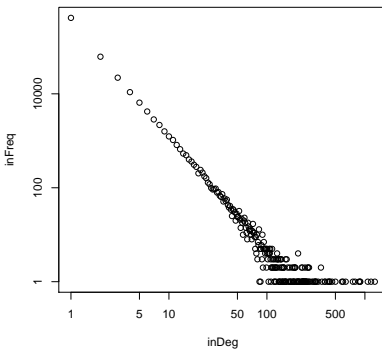
Skrčitev

Izrezi

Izrezi

- 1 Statistika
- 2 Homomorfizmi
- 3 Razbitja
- 4 Skrčitev
- 5 Izrezi
- 6 Izrezi

in-degree distribution



prof. Vladimir Batagelj: [vladimir.batagelj@fmf.uni-lj.si](mailto:vladimir.batagelj@fmf.uni-lj.si)  
prosojnice (PDF)

16. april 2020 ob 19:51/ marec 2013



# Pristopi k velikim omrežjem

## Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

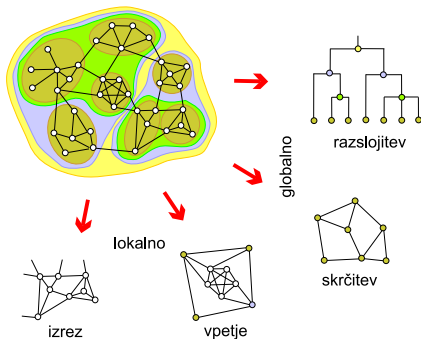
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

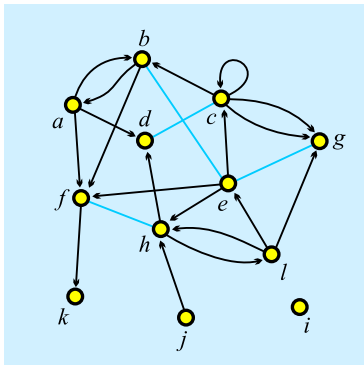


Pri *velikih* omrežjih (več tisoč ali milijonov vozlišč, omrežje je mogoče shraniti v pomnilniku) se moramo odpovedati celoviti sliki, uporabni so le redki postopki.

Za analizo velikih omrežij lahko uporabimo statistiko ali pa zanimiva mala in srednja podomrežja.



# Stopnje vozlišč grafa



**stopnja** vozlišča  $v$ ,  $\deg(v)$  = je število povezav, ki imajo vozlišče  $v$  za krajišče;

**vhodna stopnja** vozlišča  $v$ ,  $\text{indeg}(v)$  = je število povezav, ki imajo vozlišče  $v$  za konec (krajišče neusmerjene povezave je hkrati njen začetek in konec);

**izhodna stopnja** vozlišča  $v$ ,  $\text{outdeg}(v)$  = je število povezav, ki imajo vozlišče  $v$  za začetek.

$$n = 12, m = 23, \text{indeg}(e) = 3, \text{outdeg}(e) = 5, \deg(e) = 8$$

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \text{indeg}(v) = \sum_{v \in \mathcal{V}} \text{outdeg}(v) = |\mathcal{A}| + 2|\mathcal{E}|, \sum_{v \in \mathcal{V}} \deg(v) = 2|\mathcal{L}| - |\mathcal{L}_0|$$



## Vhodni podatki o vozliščih

- številski  $\rightarrow$  vector
- urejenostni  $\rightarrow$  permutation
- imenski  $\rightarrow$  clustering (razbitje)

## Izračunane lastnosti vozlišč

*globalne*: število vozlišč, usmerjenih/neusmerjenih povezav, komponent; največje sredično število, ...

*lokalne*: stopnje, sredična števila, indeksi (vmesnost, dostopnost, kazala in viri, ...)

*pregledi*: razbitja, vektorji, vrednosti povezav, ...

Analiza povezanosti med izračunanimi (strukturnimi) lastnostmi in vhodnimi (izmerjenimi) lastnostmi.



# ... Statistika

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

Globalne lastnosti izpišejo Pajekovi ukazi v poročilo; največ jih je dosegljivih v izbiri Info. Pri uporabi *ponavljajočih* ukazov se shranijo v vektorje.

Lokalne lastnosti izračunajo razni Pajekovi ukazi in jih shranijo v vektorje ali razbitja. Njihove vrednosti / porazdelitev si lahko ogledamo v izbiri Info.

Za primer si oglejmo omrežje [The Edinburgh Associative Thesaurus](#). EAT je omrežje asociacij med besedami zbranih na študentski populaciji. Točke so besede. Povezave  $(X, Y)$  pa so določene z vprašanjem: Katera beseda  $Y$  vam pride prva na misel, ko slišite besedo  $X$ ? Utež povezave pove, kolikokrat je bila izbrana.

```
File/Network/Read eatRS.net
Info/Network/General
```

Ima 23219 vozlišč in 325624 usmerjenih povezav (564 zank); 227481 povezav ima utež 1.



# ... Statistika

Analiza  
omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

Točke z največjimi stopnjami dobimo takole:

```
Network/Create Partition/Degree/All  
Partition/Copy to Vector  
Info/Vector +10
```

V EAT so to:

|    | vertex | deg  | label   |
|----|--------|------|---------|
| 1  | 12720  | 1108 | ME      |
| 2  | 12459  | 1074 | MAN     |
| 3  | 8878   | 878  | GOOD    |
| 4  | 18122  | 875  | SEX     |
| 5  | 13793  | 803  | NO      |
| 6  | 13181  | 799  | MONEY   |
| 7  | 23136  | 732  | YES     |
| 8  | 15080  | 723  | PEOPLE  |
| 9  | 13948  | 720  | NOTHING |
| 10 | 22973  | 716  | WORK    |



# Pajek in R

Analiza  
omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

Pajek 0.89 (in kasnejši) omogoča uporabo statističnega programa R in tudi drugih programov kot orodij (izbira Tools).

V programu Pajek določimo stopnje vozlišč in jih 'podtaknemo' R-ju

```
Network/Info/General  
Network/Create Vector/Centrality/Degree/All  
Tools/R/Send to R/Current Vector
```

Tu določimo porazdelitev stopenj in jo narišemo

```
summary(v2)  
t <- table(v2)  
x<-as.numeric(names(t))  
plot(x,t,log='xy',main='degree distribution',  
      xlab='deg',ylab='freq')
```

Dobljeno sliko lahko s File/Save as shranimo v izbrani obliki (PDF ali PS za  $\LaTeX$ ; Windows metafile za Word).

Pozor! Vozlišča stopnje 0 delajo težave pri log='xy'.





# EAT – porazdelitev stopenj

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

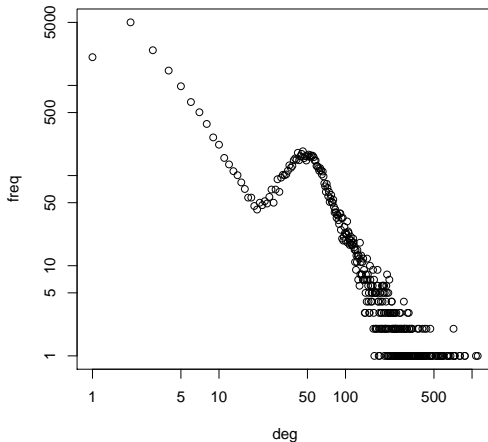
Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

EAT all-degree distribution





# Slučajni grafi

Analiza  
omrežij

V. Batagelj

Statistika

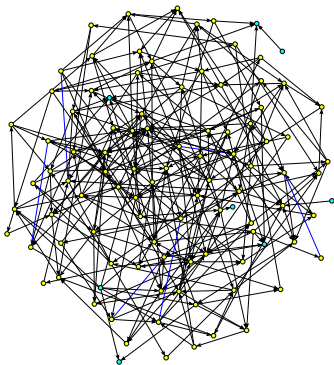
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi



Erdős in Rényi sta definirala *slučajni graf* takole: vsako mogočo povezavo vključimo v slučajni graf z dano verjetnostjo  $p$ .

V programu Pajek v  
Network/Create Random Network/  
Bernoulli/Poisson/Undirected/  
General [100] [2.5]  
uporabljamo namesto verjetnosti  $p$   
povprečno stopnjo

$$\overline{\deg} = \frac{1}{n} \sum_{v \in V} \deg(v)$$

Velja  $p = \frac{m}{m_{\max}}$  in, za grafe brez zank, še  $\overline{\deg} = \frac{2m}{n}$ .

Na sliki je prikazan slučajni graf na 100 vozliščih z  $\overline{\deg} = 3$ .



# Porazdelitve stopenj

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

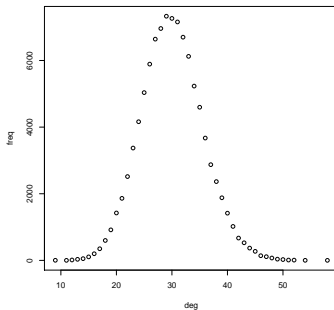
Razbitja

Skrčitev

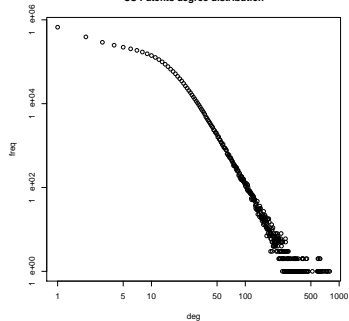
Izrezi

Izrezi

Random graph degree distribution,  $n=100000$ ,  $\text{degav}=30$



US Patents degree distribution



Dejanska omrežja so vse prej kot slučajna. Analiza porazdelitev je dala nov pogled na zgradbo dejanskih omrežij – Watts (**Small worlds**), Barabási (**nd/networks, Linked**).



# Porazdelitve v/iz-hodnih stopenj

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

V Pajek-a preberemo omrežje sklicevanj cite.net in odstranimo zanke ter večkratne povezave. Nato določimo vhodne in izhodne stopnje ter iz Pajek-a pokličemo R in mu 'podtaknemo' vse vektorje.

```
#####
```

```
R called from Pajek  
The following vectors read:
```

```
v3 : From partition 1 (548600)
```

```
v4 : From partition 2 (548600)
```

```
-----  
> inTab <- table(v3)  
> indeg <- as.integer(names(inTab))  
> inDeg <- indeg[indeg>0]  
> inFreq <- as.vector(inTab[indeg>0])  
> plot(inDeg,inFreq,log='xy',main="in-degree distribution")  
> ouTab <- table(v4)  
> outdeg <- as.integer(names(ouTab))  
> outDeg <- outdeg[outdeg>0]  
> outFreq <- as.vector(ouTab[outdeg>0])  
> plot(outDeg,outFreq,log='xy',main="out-degree distribution")
```



# Porazdelitve v/iz-hodnih stopenj

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

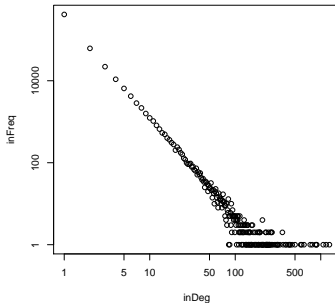
Razbitja

Skrčitev

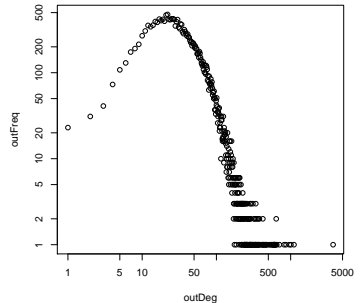
Izrezi

Izrezi

in-degree distribution



out-degree distribution



Porazdelitev vhodnih stopenj kaže na brezlestvičnost (scale-free).  
Parametre lahko ocenimo s paketom, ki so ga pripravili [Clauset, Shalizi and Newman](#). Glejte še [Stumpf, et al.: Critical Truths About Power Laws](#).



# Števila objav člankov po letih

omrežja na temo središčnosti

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

Iz datoteke `Year.clu`, ki vsebuje letnice objav člankov, lahko dobimo porazdelitve *števila objav člankov po letih*. Za omrežja na temo središčnosti smo dobili:

```
> setwd("C:/Users/Batagelj/work/Python/WoS/Central")
> years <- read.table(file="Year.clu",header=FALSE,skip=2)$V1
> t <- table(years)
> year <- as.integer(names(t))
> freq <- as.vector(t[1950<=year & year<=2009])
> y <- 1950:2009
> plot(y,freq)
> model <- nls(freq~c*dlnorm(2010-y,a,b),start=list(c=350000,a=2,b=0.7))
> model
Nonlinear regression model
  model: freq ~ c * dlnorm(2010 - y, a, b)
  data: parent.frame()
5.427e+05 2.491e+00 6.624e-01
residual sum-of-squares: 20474181

Number of iterations to convergence: 7
Achieved convergence tolerance: 3.978e-06
> lines(y,predict(model,list(x=2010-y)),col='red')
```

Porazdelitev lahko dobro povzamemo *logaritemsko normalno porazdelitvijo*, toda tudi s funkcijo  $c * (x + d)^{\frac{a}{b+x}}$ .



# Števila objav člankov po letih omrežja na temo središčnosti

Analiza  
omrežij

V. Batagelj

Statistika

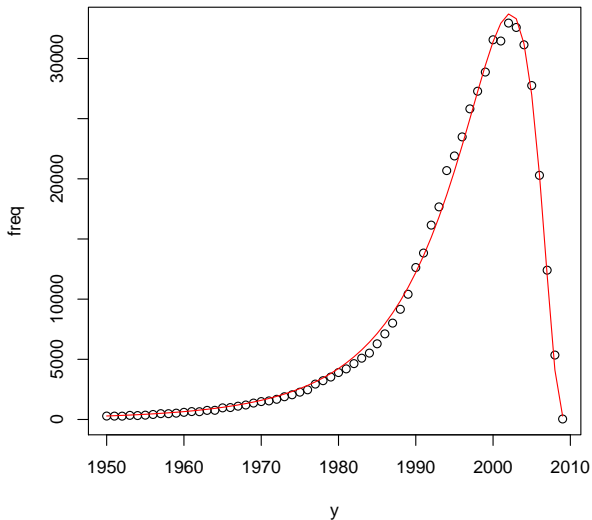
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi





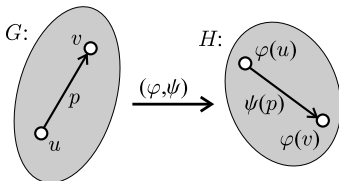
# Povezanosti med grafi

Preslikavi  $(\varphi, \psi)$ ,  $\varphi: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}'$  in  $\psi: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}'$  določata **šibki homomorfizem** grafa  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{L})$  v graf  $\mathcal{H} = (\mathcal{V}', \mathcal{L}')$  ntk velja:

$$\forall u, v \in \mathcal{V} \forall p \in \mathcal{L} : (p(u : v) \Rightarrow \psi(p)(\varphi(u) : \varphi(v)))$$

in določa **(krepki) homomorfizem** grafa  $\mathcal{G}$  v graf  $\mathcal{H}$  ntk velja:

$$\forall u, v \in \mathcal{V} \forall p \in \mathcal{L} : (p(u, v) \Rightarrow \psi(p)(\varphi(u), \varphi(v)))$$



Ko sta  $\varphi$  in  $\psi$  bijekciji in ustrezní pogoj velja v obe smeri, govorimo o **izomorfizmu** grafov  $\mathcal{G}$  in  $\mathcal{H}$ . Da sta grafa šibko izomorfna zapišemo  $\mathcal{G} \sim \mathcal{H}$ ; da sta (krepko) izomorfna pa  $\mathcal{G} \approx \mathcal{H}$ . Velja  $\approx \subset \sim$ .

**Stalnica** ali **invarianta** grafa imenujemo vsako grafu prirejeno število, ki je enako za vse med seboj izomorfne grafe. .





# Homomorfizem

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

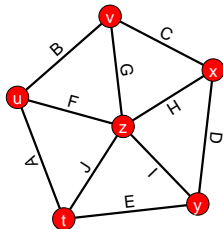
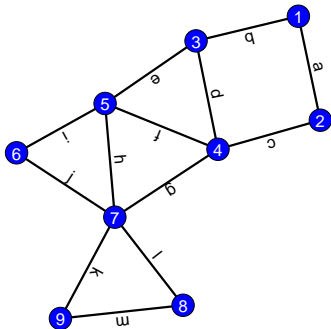
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi



|           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |   |   |   |   |
|           | x | y | t | z | x | z | t | z | x |   |   |   |   |
| $\psi$    | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m |
|           | D | E | H | J | E | I | J | E | I | J | E | J | I |



# Izomorfna grafa

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

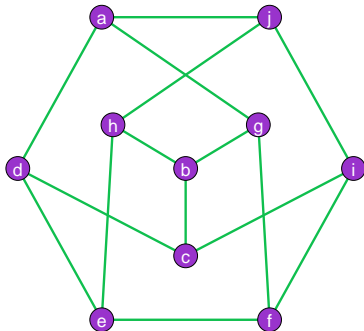
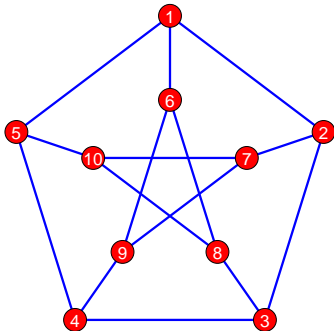
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi



|           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| $\varphi$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|           | b | h | j | a | g | c | e | i | d | f  |



# Skupine, razvrstitve, razbitja, razslojitve

Neprazno podmnožico  $C \subseteq \mathcal{V}$  imenujemo *skupina*. Neprazna množica skupin  $\mathbf{C} = \{C_i\}$  je *razvrstitev*.

Razvrstitev  $\mathbf{C} = \{C_i\}$  je *razbitje* ntk

$$\cup \mathbf{C} = \bigcup_i C_i = \mathcal{V} \quad \text{in} \quad i \neq j \Rightarrow C_i \cap C_j = \emptyset$$

Razvrstitev  $\mathbf{C} = \{C_i\}$  je *razslojitev* ali *hierarhija* ntk

$$C_i \cap C_j \in \{\emptyset, C_i, C_j\}$$

Razslojitev  $\mathbf{C} = \{C_i\}$  je *polna*, če je  $\cup \mathbf{C} = \mathcal{V}$ ; in je *osnovna*, če je za vsak  $v \in \cup \mathbf{C}$  tudi  $\{v\} \in \mathbf{C}$ .



# Primer razbitja in razslojitve

Množica vozlišč:

$$\mathcal{V} = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

Razbitje:

$$\mathbf{C} = \{\{a, b, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}\}$$

Skupina:

$$C_2 = \{c, g\}$$

Razslojitev:

$$\mathbf{H} = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}, \{g\}, \\ \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, b, e\}, \\ \{c, d, f, g\}, \{a, b, c, d, e, f, g\}\}$$



# Skrčitev skupine

## Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

*Skrčitev skupine*  $C$  imenujemo graf  $\mathcal{G}/C$ , ki ga dobimo tako da vsa vozlišča skupine  $C$  zamenjamo z enim vozliščem, recimo  $c$ . Natančneje  $\mathcal{G}/C = (\mathcal{V}', \mathcal{L}')$ , kjer je  $\mathcal{V}' = (\mathcal{V} \setminus C) \cup \{c\}$  in  $\mathcal{L}'$  sestavljajo povezave iz  $\mathcal{L}$ , ki imajo obe krajišči v  $\mathcal{V} \setminus C$ . Večkratne vzporedne povezave združimo v eno. Poleg teh pa še 'zvezda' z vrhom  $c$  in krakom  $(v, c)$ , če  $\exists p \in \mathcal{L}, u \in C : p(v, u)$ , oziroma krakom  $(c, v)$ , če  $\exists p \in \mathcal{L}, u \in C : p(u, v)$ . V vozlišču  $c$  je zanka  $(c, c)$ , če  $\exists p \in \mathcal{L}, u, v \in C : p(u, v)$ .

V omrežju nad grafom  $\mathcal{G}$  moramo povedati še, kako so določene vrednosti/uteži v skrčenem delu. Običajno kar kot vsota ali maksimum/minimum izvornih vrednosti.

Operations/Network + Partition/Shrink Network



# Skrčitev skupin – trgovanje med državami

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

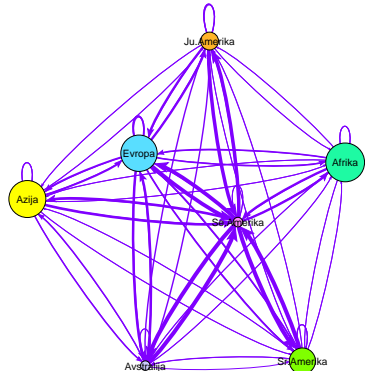
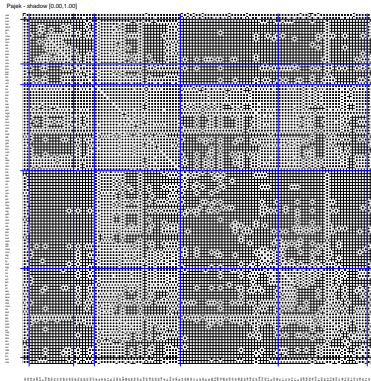
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi



Snyder in Kickovi podatki o trgovanju med državami. Matrični prikaz gostih omrežij. Uteži v skrčitvi (makro):

$$w(C_i, C_j) = \frac{n(C_i, C_j)}{n(C_i) \cdot n(C_j)}$$



# Izračun uteži w

Analiza  
omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

```
File/Pajek Project File/Read [SKtrade.paj]
Network/Create New Network/Transform/Remove/Loops [No]
Network/Create New Network/Transform/Edges -> Arcs [No]
Operations/Network+Partition/Shrink Network [1 0]
```

|    | 1  | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7  | Label |
|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-------|
| 1. | 2  | 30  | 13  | 56  | 42  | 45  | 4  | #usa  |
| 2. | 30 | 74  | 25  | 196 | 20  | 37  | 12 | #cub  |
| 3. | 12 | 28  | 33  | 124 | 16  | 36  | 5  | #per  |
| 4. | 55 | 217 | 130 | 694 | 427 | 483 | 41 | #uki  |
| 5. | 42 | 8   | 14  | 406 | 122 | 117 | 11 | #mli  |
| 6. | 43 | 37  | 43  | 444 | 142 | 307 | 30 | #irn  |
| 7. | 4  | 4   | 5   | 39  | 9   | 30  | 2  | #aut  |

```
Partition/Make Permutation
[select partition (Sub)continents]
Operations/Partition+Permutation/
  Functional Composition Partition*Permutation
Partition/Count
```

```
count      2  15   7  29  33  30   2
```



# ... Izračun uteži $w$

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

```

Partition/Copy to Vector
Vector/Create Constant Vector [7 1.0]
[select as second vector Copy of partition ...]
Vectors/Divide (First/Second)
Network/Create Vector/Get Loops
Vectors/Add (First+Second)
Operations/Network+Vector/Transform/Put Loops/as Arcs
[select vector Divide V? by ...]
Operations/Network+Vector/Vector#Network/input
Operations/Network+Vector/Vector#Network/output

```

|      | 1  | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |      |
|------|----|------|------|------|------|------|------|------|
| #usa | 1. | 0.50 | 1.00 | 0.93 | 0.97 | 0.64 | 0.75 | 1.00 |
| #cub | 2. | 1.00 | 0.33 | 0.24 | 0.45 | 0.04 | 0.08 | 0.40 |
| #per | 3. | 0.86 | 0.27 | 0.67 | 0.61 | 0.07 | 0.17 | 0.36 |
| #uki | 4. | 0.95 | 0.50 | 0.64 | 0.83 | 0.45 | 0.56 | 0.71 |
| #mli | 5. | 0.64 | 0.02 | 0.06 | 0.42 | 0.11 | 0.12 | 0.17 |
| #irn | 6. | 0.72 | 0.08 | 0.20 | 0.51 | 0.14 | 0.34 | 0.50 |
| #aut | 7. | 1.00 | 0.13 | 0.36 | 0.67 | 0.14 | 0.50 | 0.50 |

Ker so na diagonalni 0, bi jih bilo smiselno pred izračunom postaviti na 1 ali pa diagonalne vrednosti deliti z  $n(C_i)(n(C_i) - 1)$ , če je  $n(C_i) > 1$ .

Macro **weights**.





# Podgraf

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

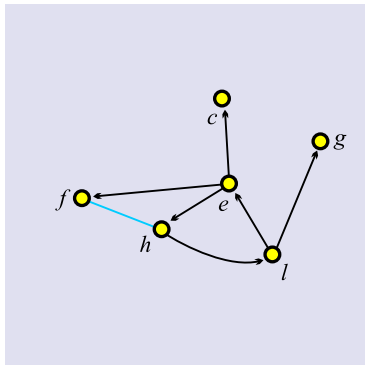
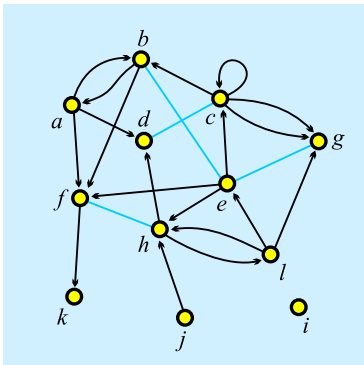
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi



**Podgraf**  $\mathcal{H} = (\mathcal{V}', \mathcal{L}')$  danega grafa  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{L})$  je graf, katerega povezave  $\mathcal{L}'$  so vsebovane v povezavah grafa  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{L}' \subseteq \mathcal{L}$ , vozlišča  $\mathcal{V}'$  pa v vozliščih grafa  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{V}' \subseteq \mathcal{V}$ , in vsebujejo tudi vsa krajišča povezav  $\mathcal{L}'$ .

Podgraf je lahko **porojen** z dano podmnožico vozlišč ali povezav. Podgraf je **vpet**, če je  $\mathcal{V}' = \mathcal{V}$ .





# Izrez: Snyder in Kick

## Latinska Amerika : Južna Amerika

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

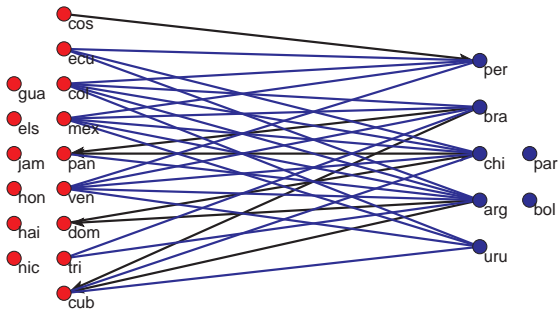
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi



Operations/Network + Partition/Extract Subnetwork [3,4]

Operations/Network + Partition/Transform/Remove lines/  
Inside clusters [3,4]

Vozlišča lahko ročno razmestimo po pravokotni mreži ustvarjeni z

[Draw] Move/Grid





# Izrezi

Analiza  
omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skraćitev

Izrezi

Izrezi

**Vozliščni izrez** omrežja  $\mathcal{N} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, p)$ ,  $p : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}$ , na **ravni**  $t$  je podomrežje  $\mathcal{N}(t) = (\mathcal{V}', \mathcal{L}(\mathcal{V}'), p)$ , določeno z množico vozlišč

$$\mathcal{V}' = \{v \in \mathcal{V} : p(v) \geq t\}$$

kjer je  $\mathcal{L}(\mathcal{V}')$  množica vseh povezav iz  $\mathcal{L}$ , ki imajo obe krajišči v  $\mathcal{V}'$ .

**Povezavni izrez** omrežja  $\mathcal{N} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, w)$ ,  $w : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}$ , na **ravni**  $t$  je določeno z množico povezav

$$\mathcal{L}' = \{e \in \mathcal{L} : w(e) \geq t\}$$

To je podomrežje  $\mathcal{N}(t) = (\mathcal{V}(\mathcal{L}'), \mathcal{L}', w)$ , kjer je  $\mathcal{V}(\mathcal{L}')$  množica vseh krajišč povezav iz  $\mathcal{L}'$ .



# Analiza omrežja z izrezi

## Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

Izrezi ponujajo enostaven pristop k analizi omrežij. Za izbrano lastnost/utež in raven  $t$  določimo pripadajoči izrez  $\mathcal{N}(t)$ . Pozornost posvetimo njegovim komponentam – povezanim delom.

Število in velikost komponent je odvisna od ravni  $t$ . Pogosto se pojavi več majhnih komponent. Pri analizi nas običajno zanimajo le komponente 'prave' velikosti – vsaj  $k$  in ne večje kot  $K$ . Premajhne komponente zavržemo kot 'nezanimive'; prevelike komponente pa ponovno izrežemo na neki višji ravni.

Vrednost  $t$ ,  $k$  in  $K$  določimo s pregledom porazdelitve vrednosti lastnosti/uteži in z upoštevanjem dodatnega vedenja o značilnostih omrežja in ciljih raziskave.

V program Pajek je vgrajenih nekaj novih, učinkovito izračunljivih lastnosti/uteži.





# Povezavni izrez: Kresbsova spletna podjetja, $w_3 \geq 5$

Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

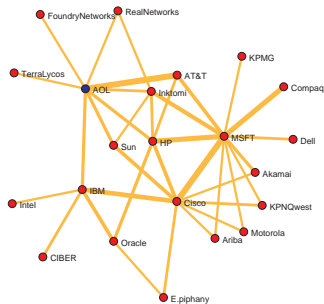
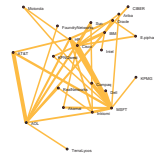
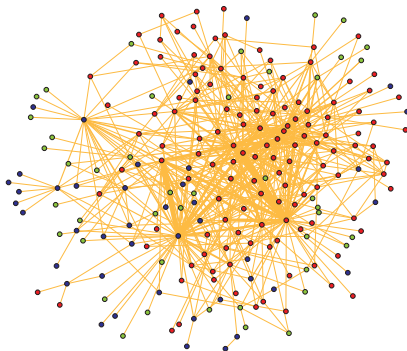
Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi





# Analiza omrežja z izrezi

## Analiza omrežij

V. Batagelj

Statistika

Homomorfizmi

Razbitja

Skrčitev

Izrezi

Izrezi

Vrednosti ravni  $t$  določimo na osnovi porazdelitve vrednosti funkcij  $w$  oziroma  $p$ . Običajno nas zanimajo komponente izreza, ki niso niti prevelike, niti premajhne.

Vozliščni izrez:  $p$  shranjena v vektorju

```
Vector/Info [+10] [#10]
Vector/Make Partition/by Intervals/Selected Thresholds [t]
Operations/Network + Partition/Extract Subnetwork [2]
```

Povezavni izrez: omrežje z utežmi

```
Network/Info/Line values [#10]
Network/Create New Network/Transform/Remove/Lines with Value/
  lower than [t]
Network/Create Partition/Degree/All
Operations/Network + Partition/Extract Subnetwork [1-*]
```